Lösungshinweise zu Matrizen WS 05/06 (Prof. Zacherl/ Prof. Hollmann)

Aufgabe 1

a) $A=\begin{pmatrix} 8 & 2 & 5 \\ 24 & 6 & 15 \\ 24 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $BA = \begin{pmatrix} 16 & 20 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$

b) $C = A\,A^T = \begin{pmatrix} 5 & 15 & 9 \\ 15 & 45 & 27 \\ 9 & 27 & 29 \end{pmatrix}$

c) C ist symmetrisch.
Allgemein gilt.

$C^T = (AA^T)^T = (A^T)^T A^T = AA^T = C$ d.h. C ist für beliebige Matrix A symmetrisch.

Aufgabe 2

$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 4 & 5 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$

rang (A) = 2

Aufgabe 3

rang (A) = 1 für $a \neq 0$
rang (A) = 0 für a = 0

rang (B) =2

rang (C) = 3

Aufgabe 4

1.Fall : $a \neq 0, b \neq c$ rang (A) = 2
2.Fall : $a \neq 0, b = c$ rang (A) = 1
3.Fall : $a = 0, b \neq 0 \vee c \neq 0$ rang (A) = 1
4.Fall : $a = b = c = 0$ rang (A) = 0

Aufgabe 5

x = 6 und y = 10

Aufgabe 6

a) Bedingung: $\sin\alpha = 0$ d.h. $\alpha_k = k\pi$ mit $k \in Z$

b) Bedingungen: $\sin 2\alpha = 0$ d.h. $\alpha_k = k\frac{\pi}{2}$ mit $k \in Z$

und zugleich

$\cos 2\alpha = 1$ d.h. $\alpha_k = k\pi$ mit $k \in Z$

Also: $\alpha_k = k\pi$ mit $k \in Z$

Aufgabe 7

a) Gleichungen: 4
Unbekannte: 5

b) rang (A) $\leq \min\{4,5\} = 4$
d.h. Der maximale Rang von A ist 4.

c) Nein, da rang (A) nicht gleich 5 (Anzahl der Unbekannten) sein kann.

d) Ja, wenn rang (A) < rang ($A/\vec{c}$).

e) rang (A) = rang ($A/\vec{c}$) = 5 – 2 = 3

Aufgabe 8

a) Ja, wenn rang (A) = rang ($A/\vec{c}$) = 3.

b) Nein, es muss gelten: rang (A) = rang ($A/\vec{c}$) = 4.
d.h. Gleichungssystem lösbar mit einem freien Parameter.

Aufgabe 9

Ja, da die zugehörige Matrix A = $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ Rang 3 hat.

Aufgabe 10

Die 3 Vektoren sind linear unabhängig, da der Rang von A = $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ 3 ist.

Aufgabe 11

Unabhängig von λ erhält man für A = $\begin{pmatrix} 1 & 1 & \lambda \\ 1 & 1 & \lambda+1 \\ 1 & -1 & \lambda \end{pmatrix}$ immer den Rang 3.

d.h. Die 3 Vektoren sind immer linear unabhängig.