<u>Aufgaben zu Vektoren WS 05/06 Prof.Zacherl / Prof. Hollmann</u>

Aufgabe 1

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$ und $\vec{c}$ mit

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie

a) $(\vec{a} \circ \vec{b})\vec{c}$

b) $(\vec{a} \times \vec{b}) \circ \vec{c}$

c) $(\vec{a} \circ \vec{b}) \times \vec{c}$

d) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$

Aufgabe 2

Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Parallelogramms, das von den Vektoren

$\vec{a} = \begin{pmatrix} -6 \\ -3 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -6 \end{pmatrix}$ aufgespannt wird.

Aufgabe 3

Berechnen Sie das Volumen des Spats, das durch die 4 Punkte P (1,1,1), Q (3,3,4) , R (0,1,5) und T (1, -2,-2) festgelegt wird.

Aufgabe 4

Beweisen Sie, dass die folgenden Vektoren

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ -14 \\ 5 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 11 \\ -2 \\ -10 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

einen Quader aufspannen und berechnen Sie das Volumen des Quaders.

Aufgabe 5

Bestimmen Sie den Wert x so, dass die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} -1 \\ x \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ x \\ 2x \end{pmatrix}$ einen Winkel von

90° bilden.

Aufgabe 6

Bestimmen Sie alle Vektoren $\vec{c} \in R^3$ vom Betrag 1, für die das Volumen des durch die drei Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c}$ aufgespannten Spats maximal wird.

Berechnen Sie das maximale Spatvolumen.

Aufgabe 7

a) Welche Bedingung (en) müssen die Vektoren $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in R^3$ erfüllen, damit die Gleichung $(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \times \vec{v}_3 = \vec{0}$ gilt ?

b) Gilt allgemein die Rechenregel $(\vec{v}_1 \times \vec{v}_2) \times \vec{v}_3 = \vec{v}_1 \times (\vec{v}_2 \times \vec{v}_3)$ für $\vec{v}_1, \vec{v}_2, \vec{v}_3 \in R^3$? Falls nein, geben Sie ein Gegenbeispiel an, falls ja, eine Herleitung.

Aufgabe 8

a) Beweisen Sie mit Hilfe der Rechengesetze für das Vektorprodukt

$$(\vec{a} - \vec{b}) \times (\vec{a} + \vec{b}) = 2 \cdot (\vec{a} \times \vec{b})$$

b) Beschreiben Sie die geometrische Bedeutung dieser Gleichung.