

Aufgaben zu Linearen Gleichungssystemen
WS 05/06 Prof.Zacherl / Prof. Hollmann

Bestimmen Sie die Lösungen der folgenden Gleichungssysteme mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens.

Aufgabe 1

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}2x_1 - x_2 + 2x_3 &= 2 ; \\x_1 + 10x_2 - 3x_3 &= 5 ; \\-x_1 + x_2 + x_3 &= -3 ;\end{aligned}$$

Lösen Sie das Gleichungssystem.

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die Lösungsmenge für folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}u + 2x &= -2 ; \\v - 3x &= 10 ; \\w + 4x &= -10 ; \\2u + 3v + 4w + 11x &= -14 ; \\5u + 4v + 7w + 26x &= 30 ;\end{aligned}$$

Aufgabe 3

Bestimmen Sie die Lösungsmenge für folgendes lineares Gleichungssystem:

$$\begin{aligned}2s - 3u + v &= 7 ; \\s + 2t - v &= 6 ; \\4t + 3u - 3v &= 5 ;\end{aligned}$$

Aufgabe 4

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem für die Unbekannten w, x, y und z.

$$\begin{aligned}w + 2x - 2y - z &= 2 ; \\2w + 3x - y - 2z &= 7 ; \\2w + 2x + y &= 5 ; \\-3w - 3x - 5y + \lambda z &= -25 ; \quad \text{mit } \lambda \in R\end{aligned}$$

Bestimmen Sie in Abhängigkeit von λ die möglichen Lösungsmengen.

Aufgabe 5

Betrachten Sie folgendes Gleichungssystem:

$$x_1 + x_2 - x_3 = 1 ;$$

$$x_1 + 2x_2 + \lambda x_3 = 2 ;$$

$$2x_1 + \lambda x_2 + 2x_3 = 3 ;$$

Bestimmen Sie die Werte von $\lambda \in \mathbb{R}$, für die

- a) genau eine Lösung
- b) keine Lösung
- c) unendlich viele Lösungen

existieren.

Die Lösungsmengen sind nicht anzugeben.

Aufgabe 6

Betrachten Sie folgendes Gleichungssystem:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = a ;$$

$$4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = b ;$$

$$7x_1 + 8x_2 + 9x_3 = c ;$$

- a) Unter welcher Bedingung für a, b und $c \in \mathbb{R}$ ist das Gleichungssystem lösbar ?
Geben Sie für diesen Fall die Lösung an.
- b) Kann durch geeignete Wahl von a, b, c erreicht werden, dass es genau eine Lösung gibt?