Aufgaben zu Determinanten / Inverser Matrix
WS 05/06 Prof.Zacherl / Prof. Hollmann

Aufgabe 1

Gegeben sei die (3x3) – Matrix A mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit a, b, c} \in R \text{ beliebig}$$

a) Berechnen Sie det A.

b) Setzen Sie nun speziell a = 1, b = 2 und c = 3.
Zeigen Sie, dass die zugehörige Matrix invertierbar ist und berechnen Sie die Hauptdiagonalelemente der inversen Matrix

Aufgabe 2

a) Berechnen Sie mit dem Gauß-Jordan-Verfahren die inverse Matrix zu $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

b) Lösen Sie mit Hilfe von a) das Gleichungssystem: $A\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$

Aufgabe 3

Berechnen Sie die Determinante zur Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \\ 2 & 4 & -2 & 3 \\ 3 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 4

Die folgende Matrix A ist gegeben:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

a) Beweisen Sie das A regulär ist.

b) Berechnen Sie die inverse Matrix A^{-1}.

Aufgabe 5

Ergänzen Sie in den folgenden beiden Matrizen die fehlenden Matrixelemente jeweils möglichst einfach (ohne große Rechnung) so, dass die Determinante den angegebenen Wert hat.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ ... & ... & -4 \\ ... & ... & 3 \end{pmatrix}, \qquad \det A = 30$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & ... & ... \end{pmatrix}, \qquad \det B = 0$$

Aufgabe 6

Gegeben sei die Matrix

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie det C.

b) Berechnen Sie von der inversen Matrix C^{-1} das Element ${C^{-1}}_{31}$ in der dritten Zeile und der ersten Spalte (und sonst keines).

Aufgabe 7

Sei A eine reguläre (3x3)-Matrix mit det A = 2.
Berechnen Sie

a) det (2A)
b) det (-A)
c) det (A^{-1})
d) det ($A\ A^T$)

Aufgabe 8

Berechnen Sie mit Hilfe der Cramerschen Regel die Lösung des linearen Gleichungssystems:

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$
$$-2x_1 + x_2 = 0$$
$$-4x_1 + x_3 = 0$$