Aufgabe 1

Die Funktionen $f_n(x) = y = x^n$ und $f_{n+1}(x) = y = x^{n+1}$ $(x \in R, n \in N)$ schneiden sich bei $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$.

Bestimmen Sie die Fläche A(n) zwischen den beiden Funktionen $f_n(x)$ und $f_{n+1}(x)$ in den Grenzen $x_0 = 0$ und $x_1 = 1$.

Welcher Grenzwert ergibt sich für A(n),wenn $n \to \infty$ geht ?

Aufgabe 2

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung des Integrals

$$\int \sin 2x dx$$

a) mit Hilfe der Substitutionsmethode
b) über die Formeln für spezielle Integrandenfunktionen

Aufgabe 3

Die Arbeit des Wechselstroms berechnet sich über das Integral

$$W = \int_0^T u(t) \cdot i(t) dt$$

Bestimmen Sie den Wert W für den Fall
$u(t) = u_0 \sin \omega t$ sowie $i(t) = i_0 \sin(\omega t + \varphi)$ mit $T = \frac{2\pi}{\omega}$.

Aufgabe 4

Bestimmen Sie die Lösung des Integrals

$$\int \cos x \cdot \cosh x dx$$

(Hinweis: zweifache Produktintegration)

Aufgabe 5

Bestimmen Sie die allgemeine Lösung der folgenden Integrale

a) $\int \frac{x}{x^4 - 5x^2 + 4} dx$

b) $\int \frac{6x^2 - 26x + 8}{x^3 - 3x^2 - x + 3} dx$

c) $\int \frac{x^4 + x^2 + x + 2}{x^5 + x^3} dx$

Aufgabe 6

Bestimmen Sie die Lösung des uneigentlichen Integrals

$$\int_0^\infty e^{-\sqrt{x}} dx$$

Hinweis: Verwenden Sie zunächst die Substitution u $= \sqrt{x}$ und lösen Sie das entstehende Integral mit Hilfe der partiellen Integration.

Aufgabe 7

Vorgelegt ist die Parameterdarstellung einer Kurve

$$\begin{Bmatrix} x(t) = \sinh(t) \\ y(t) = e^{-2t} \end{Bmatrix} \quad \text{für } 0 < \text{t} < \infty$$

Bestimmen Sie die Fläche unter der Kurve.

Hinweis: Verwenden Sie die Leibniz'sche Sektorenformel $A = \frac{1}{2}\int_0^\infty (x\dot{y} - y\dot{x})dt$ und beachten Sie die Exponentialdarstellung der Hyperbelfunktion.