

Hochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

Mathematik 2

SS 2012

Seite 1/10

Prüfungsfach:	Mathematik 2	Zeit: 90 Min.
Prüfungstermin:	9.7.2012	
Prüfer:	Prof. Dr. Hollmann, Prof. Dr. Zacherl	
Hilfsmittel:	Formelsammlung (DIN-A4-Blatt)	

Kontrollieren Sie zunächst, ob Sie alle Aufgabenblätter erhalten haben.
Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgaben. Verwenden Sie hierzu den jeweils freigelassenen Raum, erforderlichenfalls die Rückseite der Aufgabenblätter. Falls dies noch nicht ausreicht, sind Beiblätter zu verwenden (bitte mit Namen und Semester versehen und eindeutig den Aufgaben zuordnen). Benutzen Sie zur Bearbeitung bitte keinen Bleistift.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Lösungen ohne Begründungen werden nicht gewertet.
Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (Pizza-Essen)

(4 Punkte)

Student Willy und sein Freund gehen in die Pizzeria und bestellen sich zusammen eine XXL-Pizza . Willy hat großen Hunger und isst schon mal die Hälfte der Pizza. Vom Rest isst sein Freund die Hälfte. Von dem, was dann übrig bleibt, isst wiederum Willy die Hälfte usw.
Wie viel von der Pizza hat Willy, wie viel hat sein Freund gegessen, wenn man annimmt, dass die Teilung unendlich oft fortgesetzt wird ?

Aufgabe 2 (Eigenwertproblem)

(6 Punkte)

Gegeben sei die **symmetrische Matrix** $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

a) $\lambda_1 = -2$ ist Eigenwert zu A. Bestimmen Sie den zugehörigen Eigenvektor.

b) Zeigen Sie, dass $\vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ein Eigenvektor von A ist und berechnen Sie den zugehörigen Eigenwert λ_2 .

c) Bestimmen Sie den dritten Eigenvektor von A, **ohne** den zugehörigen Eigenwert λ_3 zu berechnen. (Hinweis: Die 3 Eigenwerte sind verschieden.)

Aufgabe 3 (**Komplexe Zahlen**)

(12 Punkte)

a) Berechnen Sie in algebraischer Darstellung

$$\operatorname{Im}\left(\frac{(1-j)(-2+4j)}{(3-2j)}\right) =$$

$$\frac{4-j}{1+2j} - \frac{1+3j}{1-2j} =$$

$$(\sqrt{3}-j)^6 =$$

b) Bestimmen Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit

$$z^4 + 81j = 0;$$

c) Skizzieren Sie alle $z \in \mathbb{C}$ mit $\text{Im}(z) = 2 \text{Re}(z)$ und $|z - j| < 2$.

Aufgabe 4 (Totales Differential, Tangentialebene)

(9 Punkte)

Gegeben sei die Funktion $z = f(x, y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right) + e^{x-\sqrt{y}}$.

a) Berechnen Sie das totale Differential dz bzw. df .

b) Berechnen Sie die Tangentialebene an die Fläche $z = f(x, y)$ im Punkt $P(1,1)$.

Aufgabe 5 (Mehrfachintegral)

(6 Punkte)

a) Skizzieren Sie die Funktionen $2y = 4 - x^2$ und $x + y = 2$.

b) Berechnen Sie das Volumen des Körpers, der durch Rotation der zwischen den Kurven eingeschlossenen Fläche um die y-Achse entsteht.

Aufgabe 6 (Lineare Differenzialgleichung)

(6 Punkte)

Gegeben sei die lineare Differenzialgleichung $y'' - 4y' + 4y = x^2 - 2$;

a) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der homogenen Differenzialgleichung .

b) Berechnen Sie eine spezielle Lösung der inhomogenen Differenzialgleichung.

(**Hinweis:** Benützen Sie den Ansatz $y_s = Ax^2 + Bx + C$.)

Aufgabe 7 (Differentialgleichung 1.Ordnung)

(8 Punkte)

Vorgelegt sei die Differentialgleichung

$$y' + \frac{2}{x}y = \frac{1}{x^3} - \frac{1}{x^2} \quad \text{mit } x > 0$$

a) Zeigen Sie, dass die allgemeine Lösung der homogenen Differentialgleichung gegeben ist

$$\text{durch } y_H(x) = \frac{C}{x^2}.$$

b) Berechnen Sie eine spezielle Lösung der inhomogenen Differentialgleichung durch Variation der Konstanten.

c) Berechnen Sie die allgemeine Lösung der inhomogenen Differentialgleichung.

Aufgabe 8 (Reihen)

(9 Punkte)

a) Entwickeln Sie das Polynom $f(x) = x^4 - 5x^3 + 5x^2 + x + 1$ in eine Taylorreihe um $x_0 = -1$.

b) Untersuchen Sie die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!(2n+4)!}{(3n-1)!}$ auf Konvergenz.

c) Bestimmen Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}$ mit Hilfe von Reihenentwicklungen.

Hochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

Mathematik 2

SS 2012

Seite 10/10
