

Fachhochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

Prüfung Mathematik 1

SS 2016

Seite 1/10

Prüfungsfach: Mathematik 1 Zeit: 90 Min.
Prüfungstermin: 18.7.2016
Prüfer: Prof. Dr. Hollmann, Prof. Dr. Zacherl
Hilfsmittel: Formelsammlung (1 DIN-A4-Blatt)

Kontrollieren Sie zunächst, ob Sie alle Aufgabenblätter erhalten haben.
Tragen Sie Namen und Semester in Druckschrift auf dem Deckblatt dieser Angabe ein.
Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgaben. Verwenden Sie hierzu den jeweils freigelassenen Raum, erforderlichenfalls die Rückseite der Aufgabenblätter. Falls dies noch nicht ausreicht, sind Beiblätter zu verwenden (bitte mit Namen und Semester versehen und eindeutig den Aufgaben zuordnen). Benutzen Sie zur Bearbeitung bitte keinen Bleistift.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Lösungen ohne Begründungen werden nicht gewertet.
Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (Grundlagen, Funktionen)

(6 Punkte)

a) Welchen Winkel schließen Minuten- und Stundenzeiger um 17:40 Uhr ein ?

b) Vereinfachen Sie $\sqrt[5]{w^2 \cdot \sqrt[3]{w \cdot \sqrt{w}}}$.

c) Berechnen Sie $2\log_5 10 - \log_5 4$.

Aufgabe 2 (Gleichungen)

(8 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungen für die angegebene Gleichung.

a) $\frac{32}{x-1} - \frac{45}{x-2} = 1 ;$

b) $\cos(x) + \sin(2x) = 0 ;$

c) $(2^{x-3})^4 = (2^{x-2})^7 ;$

Aufgabe 3 (Ableitungen)

(9 Punkte)

a) Berechnen Sie für folgende Funktionen jeweils $y' = \frac{dy}{dx}$

$$y(x) = \ln(x^2 \sin x)$$

$$y(x) = \sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$$

$$x(t) = \cos^3 t ; y(t) = \sin^3 t$$

b) Bestimmen Sie durch Anwendung der Regel von L'Hospital den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{\sqrt{x} - 1}$$

Aufgabe 4 (Kurvendiskussion)

(9 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = x \cdot e^{(-x^2)}$.

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von $f(x)$.
- b) Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x)$.
- c) Untersuchen Sie $f(x)$ auf Symmetrie.
- d) Bestimmen Sie die relativen Extremwerte von $f(x)$.
- e) Skizzieren Sie $f(x)$.

Aufgabe 5 (Integral)

(8 Punkte)

a) Berechnen Sie das Integral $\int \ln x \cdot \sqrt{x} dx$ mit Hilfe der partiellen Integration.

b) Berechnen Sie das Integral $\int \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$.

Hinweis: Substitution

Aufgabe 6 (Vektoren)

(5 Punkte)

a) Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

Berechnen Sie:

- i) $(\vec{a} \circ \vec{b}) \cdot \vec{c}$
- ii) $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- iii) $(\vec{a} \times \vec{b}) \circ \vec{c}$

b) Bestimmen Sie den Wert x so, dass die Vektoren $\vec{a} = (-1, x, 1)$ und $\vec{b} = (3, x, 2x)$ einen Winkel von 90° bilden.

Aufgabe 7 (Matrizen)

(6 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 6 & 3 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$ und $B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie

- i) $A \cdot B$
- ii) $B \cdot A$
- iii) $B^T \cdot A$
- iv) $A^T \cdot A$

b) Welchen Rang hat die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ a & b \\ b & a \end{pmatrix} \quad \text{mit } a, b \in \mathbb{R} ?$$

Aufgabe 8 (Gleichungssystem)

(4 Punkte)

Berechnen Sie die Lösungen für das Gleichungssystem

$$-x + 3y + z = 1;$$

$$2x + 4z = -2;$$

$$3x - y + az = 2;$$

in Abhängigkeit von $a \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 9 (Inverse Matrix)

(5 Punkte)

Gegeben sei die (3x3) – Matrix A mit

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix} \quad \text{mit } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ beliebig}$$

a) Berechnen Sie $\det A$.

b) Setzen Sie nun speziell $a = 1$, $b = 2$ und $c = 3$.

Zeigen Sie, dass die zugehörige Matrix invertierbar ist und berechnen Sie die Hauptdiagonalelemente der inversen Matrix

Fachhochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

Prüfung Mathematik 1

SS 2016

Seite 10/10
