

Prüfungsfach: Mathematik 1 Zeit: 90 Min.  
Prüfungstermin: 21.7.2014  
Prüfer: Prof. Dr. Zacherl , Prof. Dr. Hollmann  
Hilfsmittel: Formelsammlung (1 DIN-A4-Blatt)

Kontrollieren Sie zunächst, ob Sie alle Aufgabenblätter erhalten haben.  
Tragen Sie Namen und Semester in jedes Blatt dieser Angabe ein.  
Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgaben. Verwenden Sie hierzu den jeweils freigelassenen Raum, erforderlichenfalls die Rückseite der Aufgabenblätter. Falls dies noch nicht ausreicht, sind Beiblätter zu verwenden (bitte mit Namen und Semester versehen und eindeutig den Aufgaben zuordnen). Benutzen Sie zur Bearbeitung bitte keinen Bleistift.  
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Lösungen ohne Begründungen werden nicht gewertet.  
Viel Erfolg!

**Aufgabe 1 (Grundlagen, Funktionen)**

( 4 Punkte)

Berechnen Sie

$$\sqrt{\frac{1}{2}} \cdot \sqrt{8} =$$

$$\ln\left(\frac{1}{e^3}\right) =$$

$$\log_3\left(\sqrt{\frac{1}{27}}\right) =$$

$$\sin\left(\frac{7}{6}\pi\right) =$$

**Aufgabe 2 (Gleichungen)**

( 9 Punkte)

Bestimmen Sie jeweils die Lösungen  $x \in \mathbb{R}$  für die angegebene Gleichung.

a)  $\sin(2x) = \sin x$  ;

b)  $\sqrt{1+x} + \sqrt{x} = 3$  ;

c)  $\ln(\sqrt{1+x}) - \frac{1}{2}\ln(1-x) = \ln 2$  ;

**Aufgabe 3 (Ableitungen)**

( 9 Punkte)

Berechnen Sie jeweils  $y' = \frac{dy}{dx}$ .

a)  $y(x) = \cos\left(\ln\left(\frac{1}{1+x^2}\right)\right)$

b)  $x(t) = \frac{\cos t}{t}$ ;  $y(t) = \frac{\sin t}{t}$ ;

c)  $F(x, y) = y^3 - 2xy^2 - \frac{1}{y} = 0$ ;

**Aufgabe 4 (Rationale Funktion)**

( 6 Punkte)

Betrachten Sie die unecht gebrochenrationale Funktion  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 + x - 1}{x^2 + x}$  mit  $x \in \mathbb{R}$ .

- a) Bestimmen Sie den Definitionsbereich von  $f(x)$ .
- b) Bestimmen Sie die behebbaren Definitionslücken, Polstellen und Nullstellen von  $f(x)$ .
- c) Bestimmen Sie die Asymptote von  $f(x)$ .

**Aufgabe 5 (Integral)**

( 8 Punkte)

a) Berechnen Sie das Integral  $\int_0^{\ln 2} \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$  mit Hilfe der Substitution  $u = e^x$ .

b) Berechnen Sie das Integral  $\int x^2 \sinh x dx$ .

**Aufgabe 6 (Vektoren)**

( 6 Punkte )

a) Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = (3, 1, -1)$ ,  $\vec{b} = (-3, 2, 1)$  und  $\vec{c} = (1, 2, -1)$ .

Berechnen Sie (wenn möglich) :

- i)  $(\vec{a} \circ \vec{b}) \vec{c}$
- ii)  $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$
- iii)  $(\vec{a} \times \vec{b}) \circ \vec{c}$
- iv)  $(\vec{a} \circ \vec{b}) \circ \vec{c}$

b) Bestimmen Sie den Wert  $x$  so, dass die Vektoren  $\vec{a} = (-1, x, 1)$  und  $\vec{b} = (3, x, 2x)$  einen Winkel von  $90^\circ$  bilden.

**Aufgabe 7 (Lineare Unabhängigkeit von Vektoren)**

( 5 Punkte )

Gegeben seien die Vektoren  $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  und  $\vec{c} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ .

Sind die Differenzvektoren  $\vec{a} - \vec{b}$ ,  $\vec{b} - \vec{c}$  und  $\vec{c} - \vec{a}$  linear unabhängig ?

**Aufgabe 8 ( Matrizen)**

( 6 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 0 \\ 1 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 2 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 8 & 3 & 2 \\ 1 & 5 & 0 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie (wenn möglich)

- i)  $A \cdot C$
- ii)  $C \cdot A$
- iii)  $B^T \cdot B$
- iv)  $\det (C \cdot C^T)$

b) Bestimmen Sie den Rang von A und B.



**Aufgabe 9 (Gleichungssystem)**

( 7 Punkte)

a) Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem mit der reellen Zahl a:

$$x + 2y - 3z = 4;$$

$$3x - y + 5z = 2;$$

$$4x + y + (a^2 - 14)z = a + 2;$$

Bestimmen Sie mit Hilfe des Gaußschen Eliminationsverfahrens unter welcher Bedingung für a das Gleichungssystem

- i) keine Lösung
- ii) genau eine Lösung
- iii) unendlich viele Lösungen hat .

Fachhochschule Augsburg

Name: \_\_\_\_\_

Elektrotechnik/Mechatronik

Semester: \_\_\_\_\_

**Prüfung Mathematik 1**

**SS 2014**

Seite 10/10

---

b) Geben Sie für die Fälle ii) und iii) die Lösungsmengen an.