

Prüfungsfach: Mathematik 1 Zeit: 90 Min.
Prüfungstermin: 21.1.2013
Prüfer: Prof. Dr. Zacherl , Prof. Dr. Hollmann
Hilfsmittel: Formelsammlung (1 DIN-A4-Blatt)

Kontrollieren Sie zunächst, ob Sie alle Aufgabenblätter erhalten haben.
Tragen Sie Namen und Semester in jedes Blatt dieser Angabe ein.
Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgaben. Verwenden Sie hierzu den jeweils freigelassenen Raum, erforderlichenfalls die Rückseite der Aufgabenblätter. Falls dies noch nicht ausreicht, sind Beiblätter zu verwenden (bitte mit Namen und Semester versehen und eindeutig den Aufgaben zuordnen). Benutzen Sie zur Bearbeitung bitte keinen Bleistift.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Lösungen ohne Begründungen werden nicht gewertet.
Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (Grundlagen, Funktionen)

(5 Punkte)

a) Untersuchen Sie die folgenden Funktionen auf Symmetrie

$$f(x) = \frac{\cos x}{x^4 + x^2 - 1} \quad \text{und} \quad g(x) = e^{-x^2} \cdot \sin x + 1$$

b) Berechnen Sie

$$(-8)^{\frac{4}{3}}$$

$$\log_{10} \sqrt[4]{1000}$$

$$2 \sin(22,5^\circ) \cos(22,5^\circ)$$

Aufgabe 2 (Stetigkeit, Regel von l'Hospital)

(5 Punkte)

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln x}{x-1} & \text{für } x \neq 1 \\ 1 & \text{für } x = 1 \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}^+$$

- a) Zeigen Sie, dass $f(x)$ stetig ist an der Stelle $x = 1$.
b) Ermitteln Sie den Grenzwert $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$.

3 (Ableitungen, Tangentengleichung)

(12 Punkte)

a) Berechnen Sie $\frac{ds}{dt}$ für

$$s(t) = \frac{\sqrt{2t+1}}{\ln(t^2+1)} \quad t \in]0, \infty[$$

b) Berechnen Sie $y' = \frac{dy}{dx}$ für $F(x, y) = e^{y^2-x} \cdot \sin(x \cdot y) + 3y = 0$;

c) Wie lautet die Gleichung der Tangente an die Funktion

$$x(t) = a \cos^3 t; \quad y(t) = a \sin^3 t; \quad a \in \mathbb{R}$$

$$\text{in } t_0 = \frac{\pi}{4} ?$$

In welchem Punkt schneidet die Tangente die x-Achse ?

Aufgabe 4 (Kurvendiskussion)

(8 Punkte)

Betrachten Sie die Funktion $f(x) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$ mit $x \in \mathbb{R}$.

- a) Bestimmen Sie die Nullstellen von $f(x)$.
- b) Bestimmen Sie die lokalen Extrema von $f(x)$.
- c) Bestimmen Sie die Grenzwerte $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ und $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.
- d) Skizzieren Sie $f(x)$.

Aufgabe 5 (Integral)

(8 Punkte)

a) Berechnen Sie das Integral $\int_1^{e^2} \ln(\sqrt{x}) dx$ mit Hilfe der Substitution $u = \sqrt{x}$.

b) Berechnen Sie das Integral $\int \frac{(x+1)^2}{\sqrt{x}} dx$.

Aufgabe 6 (Vektoren)

(6 Punkte)

Gegeben seien die Vektoren $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix}$, $\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -2 \end{pmatrix}$ und $\vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$.

a) Berechnen Sie die Fläche des Parallelogramms, das von \vec{a} und \vec{b} aufgespannt wird.

b) Berechnen Sie die Fläche des Dreiecks mit \vec{a} und \vec{c} als „Seitenvektoren“.

c) Sind die Vektoren \vec{a} , \vec{b} und \vec{c} linear abhängig ?

Aufgabe 7 (Matrizen)

(5 Punkte)

Gegeben seien die Matrizen

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 0 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & -3 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ und } C = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$$

a) Berechnen Sie die Matrizen:

- i) $A \cdot B$
- ii) $B \cdot C$
- iii) $A \cdot B \cdot C$

b) Bestimmen Sie den Rang der Matrix B.

Aufgabe 8 (Gleichungssystem)

(6 Punkte)

Gegeben sei das lineare (3x3)-Gleichungssystem

$$cx + y + z = 4;$$

$$3x + cy + 5z = -2;$$

$$x + y + z = 0;$$

mit $c \in \mathbb{R}$ Für welche reellen Zahlen $c \in \mathbb{R}$ hat das Gleichungssystem

- a) keine
- b) genau eine
- c) unendlich viele Lösungen ?
- d) Geben Sie für den Fall c) die Lösung an.

Aufgabe 9 (Determinante, Inverse Matrix)

(5 Punkte)

Zeigen Sie, dass die Matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

invertierbar ist und berechnen Sie A^{-1} .

Fachhochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

Prüfung Mathematik 1

WS 2012/2013

Seite 11/11
