

Hochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

**Ausgewählte Kapitel der
Mathematik**

WS 2014/2015

Seite 1/7

Prüfungsfach:	Ausgewählte Kapitel der Mathematik
Prüfungstermin:	16.1.2015
Prüfer:	Prof. Dr. Zacherl , Prof. Dr. Hollmann
Hilfsmittel:	Formelsammlung (1 DIN-A4-Blatt)
Prüfungszeit:	60 Minuten

Tragen Sie Namen und Semester in jedes Blatt dieser Angabe ein.
Bearbeiten Sie die nachfolgenden Aufgaben. Verwenden Sie hierzu den jeweils freigelassenen Raum, erforderlichenfalls die Rückseite der Aufgabenblätter. Falls dies noch nicht ausreicht, sind Beiblätter zu verwenden (bitte mit Namen und Semester versehen und eindeutig den Aufgaben zuordnen). Benutzen Sie zur Bearbeitung bitte keinen Bleistift.
Begründen Sie jeweils Ihre Antwort. Lösungen ohne Begründungen werden nicht gewertet.
Viel Erfolg!

Aufgabe 1 (Gradient)

(6 Punkte)

a) Berechnen Sie den Gradienten für das Skalarfeld

$$\Phi(x, y, z) = (x - 2)y + (y - 2)z + (z - 2)x ;$$

b) Für welche Punkte ist $\text{grad } \Phi$ der Nullvektor ?

c) Berechnen Sie $\text{div}(\text{grad } \Phi)$.

Aufgabe 2 (Divergenz)

(6 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Divergenz des Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} 3ye^{xy} + y^2 \\ 3xe^{xy} + 2y \\ xy \end{pmatrix}$$

b) Wo (geometrischer Ort) ist \vec{F} quellenfrei ?

Aufgabe 3 **(Rotation)**

(6 Punkte)

a) Bestimmen Sie die Rotation des Vektorfeldes

$$\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} \frac{2x}{y} \\ y + z - x^2 \\ \frac{1}{y} \end{pmatrix}$$

b) Wo (geometrischer Ort) ist $\vec{F}(x, y, z)$ wirbelfrei ?

Aufgabe 4 (Satz von Stokes)

(12 Punkte)

Seien $\vec{F}(x, y, z) = \begin{pmatrix} x - y \\ x \\ x + y \end{pmatrix}$ und

der Einheitskreis in der x-y-Ebene als Kurve C mit der Parameterdarstellung $\vec{r}(t) = (\cos t, \sin t, 0)$ wobei $0 \leq t \leq 2\pi$ gegeben.

a) Berechnen Sie das Wegintegral $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ an.

b) Überprüfen Sie den Satz von Stokes $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r} = \iint_A \text{rot}\vec{F} \cdot d\vec{A}$, indem Sie das Flächenintegral $\iint_A \text{rot}\vec{F} \cdot d\vec{A}$ über den Einheitskreis in der x-y-Ebene berechnen.

b) Was ergibt das Flächenintegral $\iint_A \text{rot}\vec{F} \cdot d\vec{A}$, wenn man als A die Oberfläche der Halbkugel über dem Einheitskreis in der x-y- Ebene betrachtet ?

Aufgabe 5 (Kombinatorik, Wahrscheinlichkeiten)

(10 Punkte)

- a) Beim Endkampf in einer olympischen Disziplin starten 12 Sportler.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit bei einer Wette, die Zuteilung der Gold-, Silber- und Bronzemedaille richtig vorherzusagen?
- b) Sie haben 4 Zehn-Cent-Münzen, 2 Fünfzig-Cent-Münzen und 3 Ein-Euro-Münzen im Geldbeutel. Wie viele verschiedene Möglichkeiten der Anordnung ergeben sich, wenn Sie die Münzen eine nach der anderen aus dem Geldbeutel entnehmen ?
Hinweis: Es wird vorausgesetzt, dass Münzen gleichen Wertes nicht unterschieden werden können.
- c) Eine Firma kauft eine Kiste mit 100 Bauteilen, in denen 4 Schlechteile enthalten sind. Aus den Bauteilen stellt die Firma Geräte her. Für jedes Gerät werden 5 Bauteile verwendet.
- i) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit für jedes einzelne Gerät, in Ordnung zu sein?
(Ergebnis: $P \approx 0,8$)
Geben Sie die exakte Formel zur Berechnung an.
- ii) Wie viele fehlerhafte Geräte liefert die Firma im Durchschnitt bei einer Kiste mit 100 Bauteilen aus?

Hochschule Augsburg

Name: _____

Fachbereich Elektrotechnik

Semester: _____

**Ausgewählte Kapitel der
Mathematik**

WS 2014/2015

Seite 7/7
