Aufgabe 1:

a) Bestimmen Sie den Wert des Mehrfachintegrals $I = \int\limits_0^1 \int\limits_{x^2}^x (1 - xy)\ dydx.$

b) Skizzieren Sie das zugehörige Integrationsgebiet A.

Aufgabe 2:

Berechnen Sie den Wert des folgenden Dreifachintegrals $\int\limits_{x=0}^{1} \int\limits_{y=0}^{\sqrt{x}} \int\limits_{z=\frac{x}{2}}^{y} xz\ dzdydx.$

Aufgabe 3:

Berechnen Sie den Wert des Mehrfachintergrals $\int\int_A xy\ dA$, wenn als Integrationsgebiet A der Viertelkreis mit Radius R im ersten Quadranten der x-y-Ebene zugrunde gelegt wird.

Aufgabe 4:

Die nach unten geöffnete Normalparabel $z = 1 - x^2$ wird um ihre vertikale Achse rotiert. Bestimmen Sie das Volumen des im positiven z-Bereich liegende Rotationsparaboloids.

Hinweis: Benutzen Sie Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 5:

Bestimmen Sie das Volumen des Rotationskörpers, der durch Drehung der zwischen Exponentialfunktion und z-Achse liegenden markierten Fläche erzeugt wird (siehe **Abb.1**).

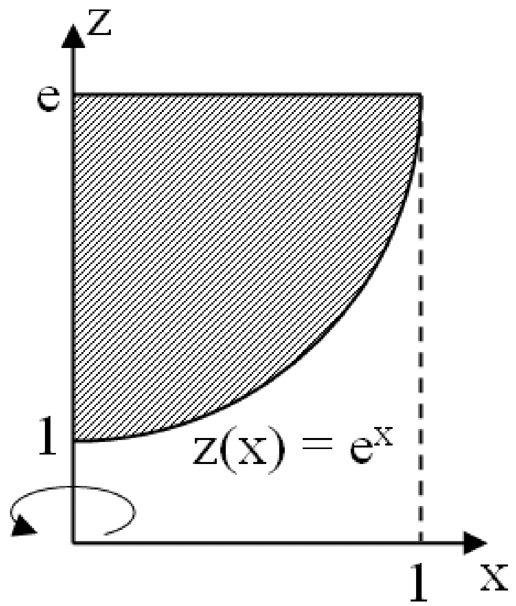

Abb.1: Skizze zu Aufgabe 5

Hinweis: Benutzen Sie Zylinderkoordinaten.

Aufgabe 6:

Wo liegt der Schwerpunkt der von den Parabeln $y = 2 - 3x^2$ und $y = -x^2$ begrenzten (endlichen) Fläche? (siehe **Abb.2**)

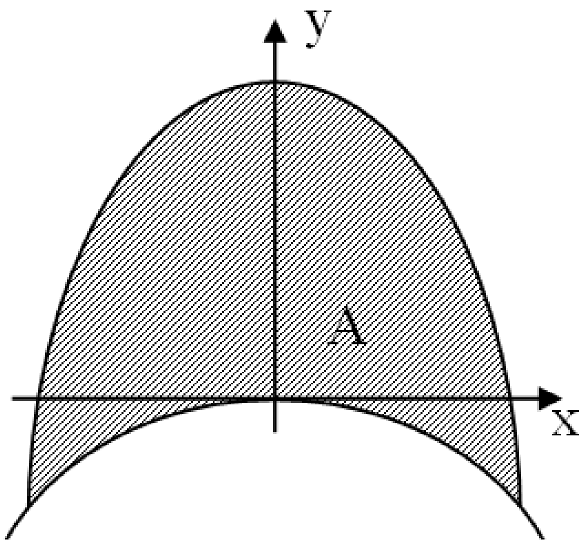

Abb.2: Skizze zu Aufgabe 6

Aufgabe 7:

Bestimmen Sie den Schwerpunkt der Fläche, die von einer Halbschwingung der Cosinusfunktion und der x-Achse eingeschlossen wird (siehe **Abb.3**).

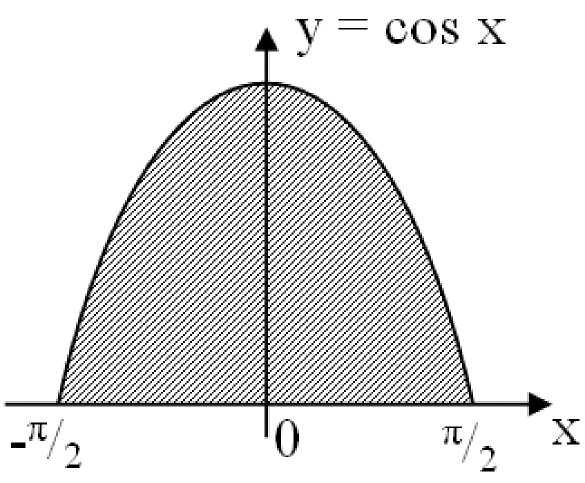

Abb.3: Skizze zu Aufgabe 7

Aufgabe 8:

Bestimmen Sie die Koordinaten des Flächenschwerpunkts eines Kreisrings in der oberen Halbebene (siehe **Abb.4**).

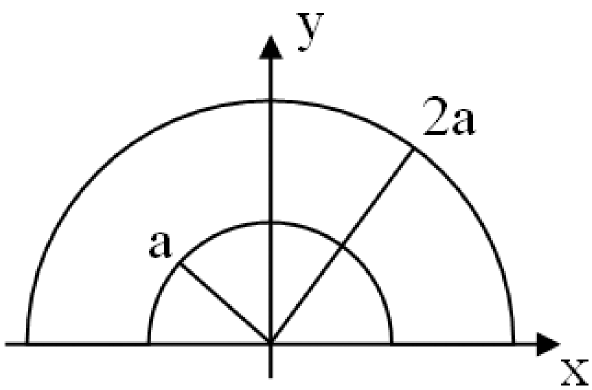

Abb.4: Skizze zu Aufgabe 8

Aufgabe 9:

Berechnen Sie den Schwerpunkt $S = (x_s, y_s)$ der Fläche die von den Kurven $y = g(x) = 4x$ und $y = f(x) = x^3$ im ersten Quadranten begrenzt wird (siehe **Abb.5**).

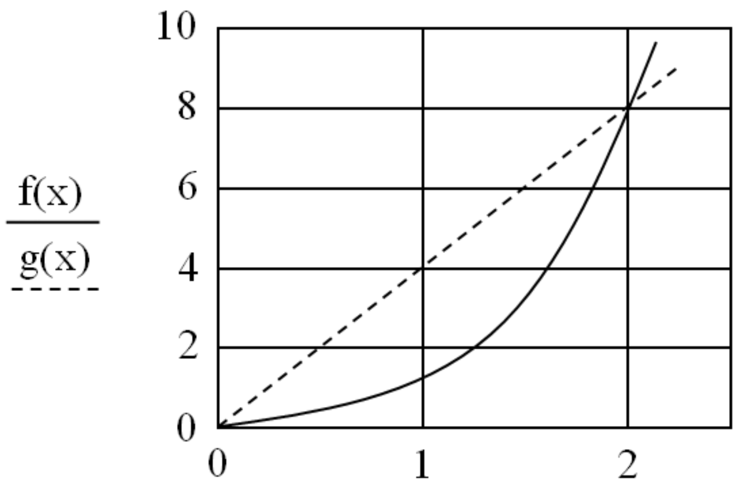

Abb.5: Skizze zu Aufgabe 9

Aufgabe 10:

Bestimmen Sie den Schwerpunkt eines halben Kreiszylinders der Höhe h und des Radius R (siehe **Abb.6**).

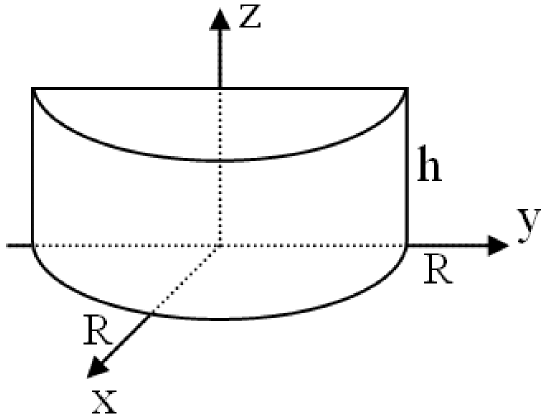

Abb.6: Skizze zu Aufgabe 10

Hinweis: Versuchen Sie möglichst viele der Koordinaten aus Symmetrieüberlegungen abzuleiten.

Aufgabe 11:

a) Bestimmen Sie die Koordinaten des Schwerpunktes einer Kugelschale im oberen Halbraum durch Auswertung der entsprechenden Volumenintegrale (siehe **Abb.7**).

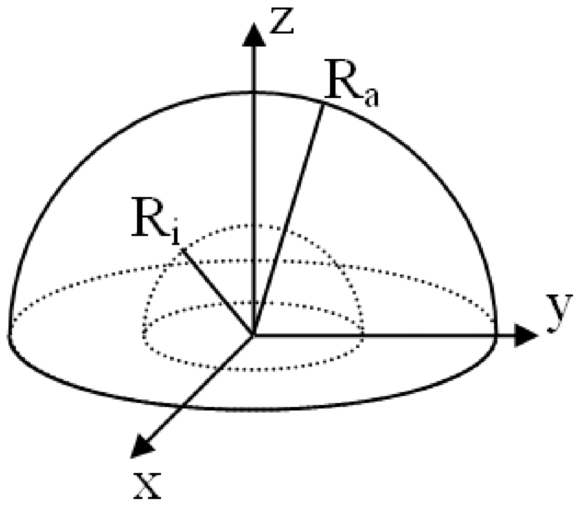

Abb.7: Skizze zu Aufgabe 11

Hinweis: Vesuchen Sie möglichst viele Koordinaten aus Symmetrieüberlegungen abzuleiten.

b) Läßt sich die z-Koordinate des Schwerpunkts auch über den Flächenschwerpunkt der Schnittfläche in der y-z-Ebene (halb Kreisring) berechnen ?

Begründen Sie Ihre Antwort, ohne die eigentliche Brechnung auszuführen.